

UNA APLICACION DE ELEMENTOS FINITOS AL DISEÑO DE SISTEMAS DE TOMOGRAFIA DE IMPEDANCIA ELECTRICA

AN APPLICATION OF FINITE ELEMENTS TO THE DESIGN OF ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY SYSTEMS

R. Martínez-Gómez* y A. Soria

*Universidad Autónoma Metropolitana – Iztapalapa Depto. I.P.H.
Av. San Rafael Atlixco No. 186 Col. Vicentina Iztapalapa C.P. 09340 México D.F.*

Resumen

Se modela un sistema de Tomografía de Impedancia Eléctrica (T.I.E.) y se resuelve numéricamente con Elementos Finitos. Se usa el concepto de “distinguibilidad” para optimizar los parámetros de diseño y operacionales. La distinguibilidad es una medida de la calidad de la observación, que permite distinguir cambios en la impedancia debidos a cambios en los parámetros de diseño o de operación. En el presente trabajo se minimiza la distinguibilidad respecto a la posición relativa entre los electrodos y a su grosor, un típico problema de diseño.

Palabras clave: elementos finitos, distinguibilidad, electrodo, impedancia, optimización, potencial, tomografía.

Abstract

An Electrical Impedance Tomography system (E.I.T.) is modeled and numerically solved by using Finite Elements. The “distinguishability” concept is used to optimize design and operational parameters. As it is known, distinguishability is a measure of the quality of an observation, which allows one to distinguish changes in impedance due to changes in operational or design parameters. In this study, we minimized distinguishability for relative electrode position and electrode width, a typical design problem.

Keywords: finite elements, differentiation electrode, impedance, optimization, potential, tomography.

1. Introducción

El objetivo de la Tomografía de Impedancia Eléctrica (T.I.E.) es la reconstrucción de objetos mediante la discriminación de las propiedades eléctricas entre el objeto y el medio, lo que genera señales de impedancia eléctrica en la frontera observable del sistema en estudio. La T.I.E. tiene la ventaja de ser no invasiva, por lo que ha tenido una gran aceptación en áreas tan variadas como el análisis clínico de órganos en el ámbito de la medicina interna (Newell y col., 1992, Smulders y col., 1992), los estudios exploratorios de yacimientos en la ingeniería petrolera (Tijonov y col., 1980), etc. Aplicaciones específicas a los Fenómenos del Transporte en Medios Multifásicos son la determinación de sus estructuras geométricas.

De esta manera es posible reconstruir estructuras de un lecho empacado (sistema con estructura geométrica fija) o de una columna de burbujeo (sistema con estructura geométrica dinámica) como el caso aquí analizado, (Fig. 1).

Para realizar la tomografía se resuelve un problema inverso, es decir en la TIE se trata de reconstruir el dominio a partir de los valores de la impedancia eléctrica medidos en la frontera observable del sistema físico. Sin embargo el problema directo (la evaluación del campo de potencial en la frontera observable del sistema físico a partir de las características geométricas de un dominio dado), suministra gran cantidad de información, en especial si se analiza la variable "distinguibilidad" $\delta(p, p_0, J)$, definida

*Autor para la correspondencia: E-mail: fuerza@hotmail.com
Tel. (52) 58044648 Ext.227

por Cheney e Isaacson (1992) como:

$$\delta(p, p_0, J) = \frac{\|\varphi - \varphi^0\|_0}{\|J\|_0} \quad (1)$$

en donde se ha usado la siguiente norma L^2 :

$$\|f\|_0^2 = \int_s f^2 \quad (2)$$

La distinguibilidad representa la magnitud en que la impedancia eléctrica (φ) difiere para dos experiencias en las cuales todos los grupos de parámetros experimentales son iguales, excepto p que ha tomado un nuevo valor p_0 . En el presente trabajo se estudia la dependencia de la diferenciación respecto a los parámetros de diseño (la posición y tamaño de los sensores). La información obtenida mediante esta técnica resulta sumamente valiosa para el diseño de un sistema de TIE.

2. Metodología

El dispositivo físico modelado consiste en un objeto cilíndrico conductor de radio conocido (Fig.2) con un vacío cilíndrico concéntrico. Por su simetría axial, el problema puede tratarse bidimensionalmente.

En su periferia, existen dos electrodos activos de un grosor dado a determinadas posiciones angulares y un conjunto de electrodos inactivos y esencialmente puntuales mediante los cuales se mide el potencial eléctrico. Se conocen el voltaje en los electrodos activos, la posición de todos los electrodos, el grosor de los electrodos activos y el radio de la periferia y del vacío central.

Se resuelve el problema directo de la ecuación de Laplace $\nabla^2 \varphi = 0$ para el potencial φ en un dominio circular conductor de corriente (Fig. 2). La solución numérica se logra mediante la aplicación del método de los Elementos Finitos (Martínez-Gómez y Soria, 1997) usando el esquema propuesto por Galerkin con elementos triangulares y quasi-

isotrópicos (Fig. 3) de acuerdo a los datos de la Tabla 1.

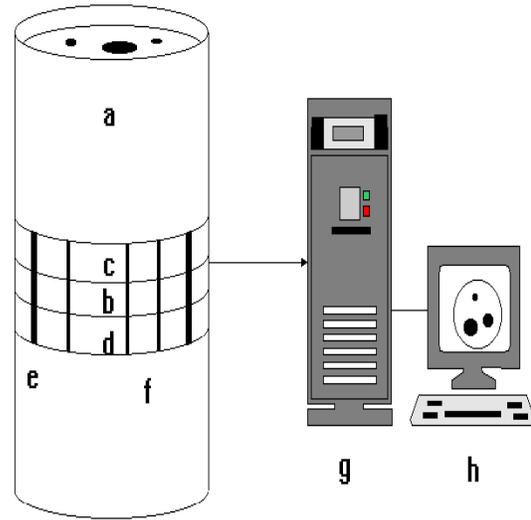
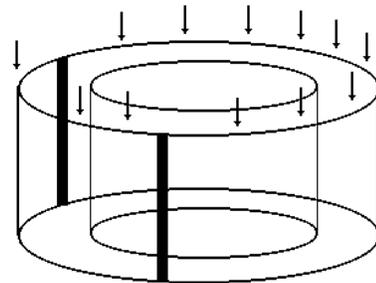


Fig. 1. Una columna de burbujeo con un sistema de T.I.E.

- a. Columna de burbujeo que puede ser opaca.
- b. Zona de electrodos de prueba.
- c y d. Zona de electrodos guarda
- e. Electrodos activos (de introducción y extracción de corriente).
- f. Electrodos pasivos (de medición de potencial eléctrico).
- g. C.P. U que incluye tarjeta de captura de datos, disco duro, etc.
- h. Pantalla para visualizar la reconstrucción.



- ↓ electrodo inactivo
- █ electrodo activo

Fig. 2. Disposición de electrodos en la sección de prueba del cilindro.

Tabla 1. Datos para el problema.

Parámetro	Significado	Valor
a	Radio de la obstrucción	0 - 1
B	Ancho angular de un electrodo	$0^\circ - 180^\circ$
θ_1	Posición del electrodo fuente	0°
θ_2	Posición del electrodo sumidero	$0^\circ - 180^\circ$
ε	Radio del vacío cilíndrico	0.5
j	Flux de corriente	79π
σ	Conductividad Eléctrica	1
a	Radio de la obstrucción	0 - 1

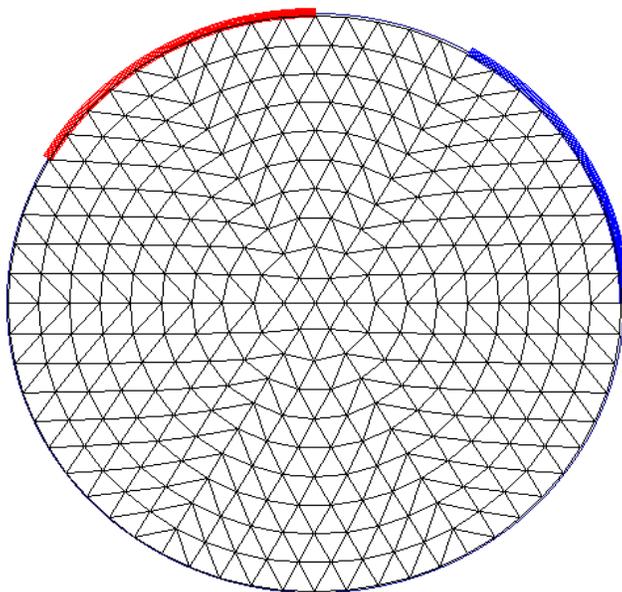


Fig. 3. Dominio usado para definir los Elementos Finitos.

3. Resultados y discusión

Mediante la aplicación de la técnica de los Elementos Finitos se ha logrado evaluar la dependencia de la distinguibilidad con el grosor de los electrodos activos y la posición relativa entre ellos. Para este problema, la condición más importante es la suposición de que en los electrodos el potencial eléctrico se mantiene constante (caso B, Fig. 4). En un trabajo anterior (Martínez Gómez y Soria, 1995) se presentó la solución para el problema en el cual la condición en los

electrodos era más bien de corriente eléctrica constante (caso A, Fig. 5).

A partir de los resultados obtenidos (Fig. 4), podemos ahora evaluar el efecto de la condición frontera en el comportamiento de la diferenciación en este tipo de tomografía. Podemos observar que en el comportamiento difiere notablemente en ambos casos A y B en todo el dominio de la función.

Específicamente, el valor mínimo para el caso A se localiza para unos electrodos de 90 grados de grosor colocados a 180 grados uno del otro, (o alternativamente el caso

límite de unos electrodos de 0 grados de grosor colocados a 0 grados uno del otro).

Para el caso B, también se localiza para unos electrodos de pequeño grosor (casi 0 grados) colocados en cualquier posición uno del otro (de preferencia muy cerca entre sí).

Por otra parte, el valor máximo para el caso A se localiza para algunos puntos en posiciones muy específicas (Fig. 5) con la desventaja de que sus alrededores

experimentan un brusco decaimiento (en la vecindad de los máximos relativos las pendientes de la curva es muy pronunciada), por lo que se pensaría que son difíciles de lograr experimentalmente.

Para el caso B, se localiza para unos electrodos colocados a 180 grados uno del otro y con un grosor de 180 grados.

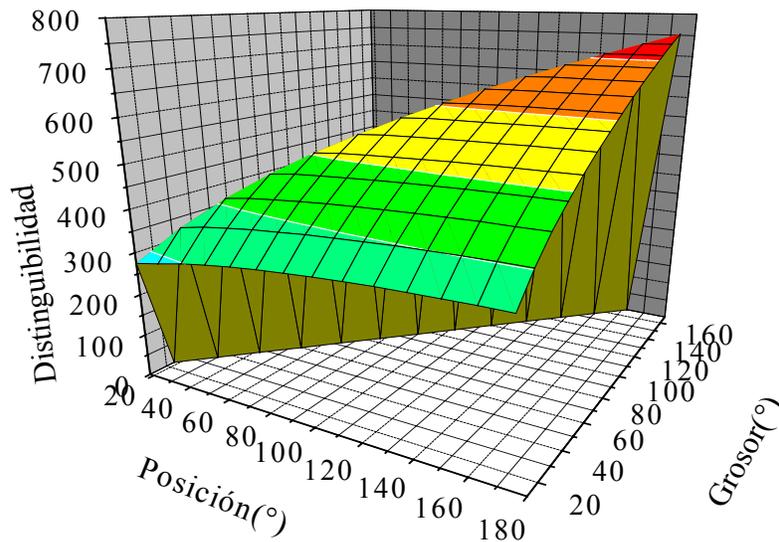


Fig. 4. Dependencia de la distinguibilidad con las variables de diseño. Electrodo con potencial constante.

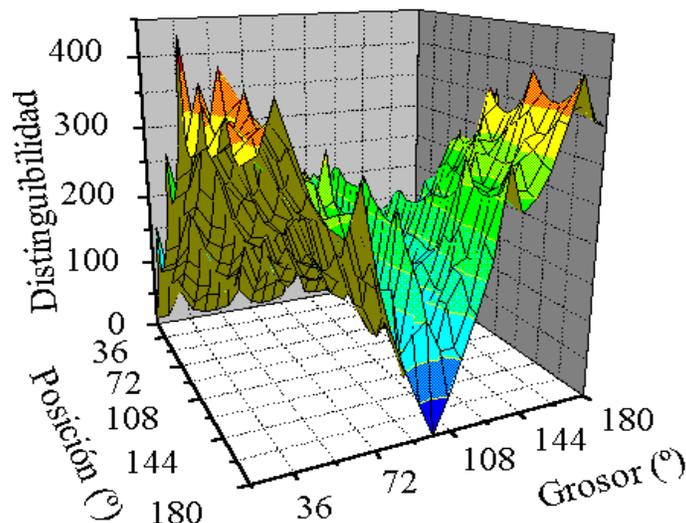


Fig. 5.- Dependencia de la distinguibilidad con las variables de diseño.

Electrodos con corriente constante.

Para explicar la diferencia entre ambos casos A y B, es necesario conocer el comportamiento del potencial en la frontera. Los casos típicos de las Fig. 6 y 7 muestran para el caso A (Electrodos con corriente constante) el comportamiento del potencial eléctrico en la frontera. Al cambiar el uso de un electrodo de 60 grados (Fig. 6), a otro de 30 grados (Fig. 7), el grafico del potencial eléctrico se deforma encogiéndose, esto causa

una gran variación de distinguibilidad. En contraposición, para el caso B (Electrodos con potencial constante) la diferencia (Fig. 8) se limita a una deformación pequeña sin encogimiento, por lo que la diferenciación no cambia tan dramáticamente. Consecuentemente, los gráficos de distinguibilidad poseen cambios mas bruscos para el caso A (Fig. 4) que para el B (Fig. 5)

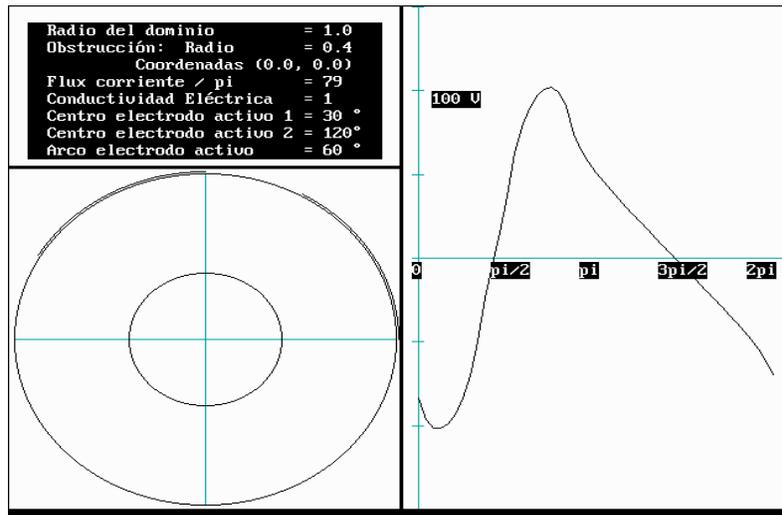


Fig. 6. Electrodo con corriente constante. Ejemplo de electrodos anchos. Izquierda: Para los datos listados se muestra el dominio, la obstrucción y la posición de los electrodos. Derecha: Potencial eléctrico en la frontera.

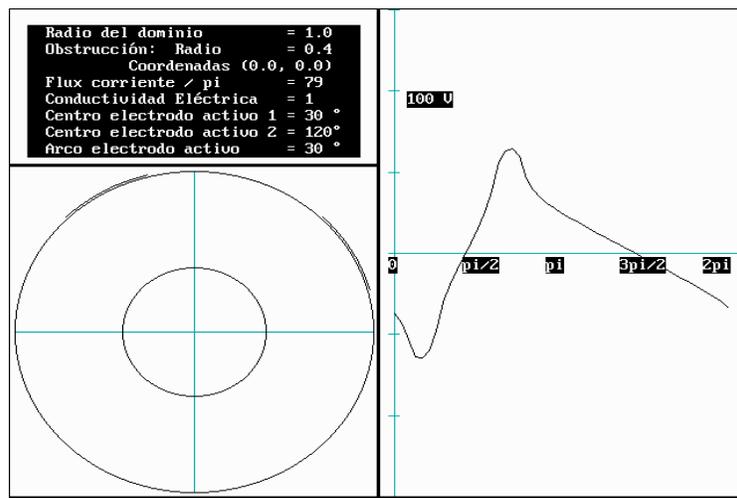


Fig. 7. Electrodo con corriente constante. Ejemplo de electrodos angostos.

Izquierda: Para los datos listados se muestra el dominio, la obstrucción y la posición de los electrodos.
Derecha: Potencial eléctrico en la frontera.

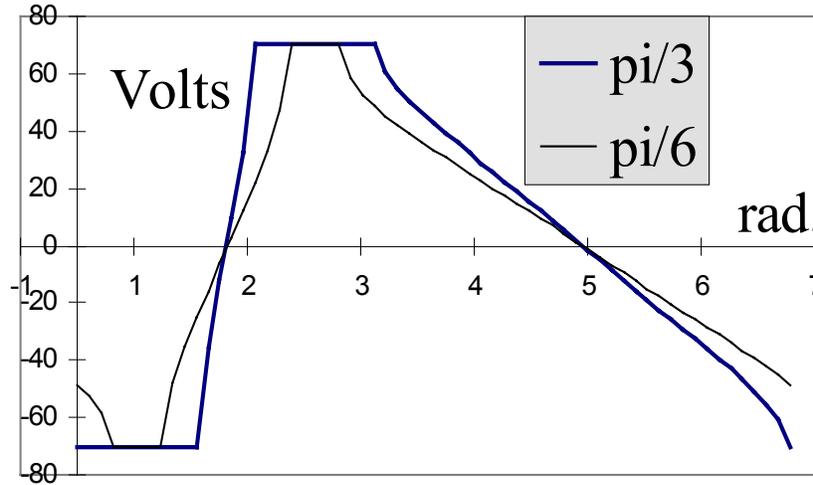


Fig. 8. Electrodos con potencial constante. Potencial eléctrico en la frontera para los casos en que el grosor de cada electrodo activo es de $\pi/3$ (ancho) y $\pi/6$ (angosto). La descripción de la obstrucción circular tiene la forma (r, x, y) en donde r es el radio y x, y las coordenadas cartesianas de su centro.

Conclusiones

En general, un sistema con electrodos de potencial constante se comportará en forma más predecible que uno de electrodos con corriente constante. Dependiendo de las necesidades del experimentador, se espera que esta información gráfica ayude a la evaluación de zonas críticas en el diseño de electrodos (grosor y posición) en sistemas de T.I.E.

Nomenclatura

B grosor angular de un electrodo.
 f función de cuadrado integrable
 J vector flux eléctrico, coul/m²-s
 j norma del vector flux eléctrico, coul/m²-s

Símbolos griegos

δ distinguibilidad definida por la ec. 1., volts-m²-s/coul.
 ε radio de la obstrucción, m.
 φ potencial o impedancia eléctrica, volts

π constante igual a 3.141592...
 σ conductividad eléctrica, mhos.
 θ coordenada angular en un sistema de coordenadas cilíndrico.

Subíndices

0 valor de referencia
1 primer electrodo activo
2 segundo electrodo activo

Superíndices

0 valor de referencia

Símbolos especiales

∇^2 operador laplaciano, m⁻²

Agradecimientos

Se agradece al CONACyT el apoyo al proyecto doctoral y al Convenio de Investigación No.400200-5-3444A.

Referencias

- Cheney, M. y Isaacson, D. (1992). Distinguishability in impedance imaging, *IEEE Transactions of Biomedical Engineering* 39(8), 852 – 860.
- Eyüboğlu, B.M. y Pilkington, Th.C. (1993). Comments on distinguishability in electrical impedance imaging, *IEEE Transactions of Biomedical Engineering* 40(12), 1328 - 1330.
- Martínez-Gómez, R. E. y Soria, A. (1995). Optimización de parámetros en la tomografía de impedancia eléctrica para una corona circular simétrica. *XVI Encuentro Nacional del AMIDIQ*, San Luis Potosí, México.
- Martínez-Gómez, R. E. y Soria, A. (1997). Elementos finitos en un problema de difusión. Solución y su validación, *XVIII Encuentro Nacional del AMIDIQ*, Boca del Río, Ver., México.
- Smulders, L., Jansen, J., van Oosterom, A. y Versprille, A. (1992). EIT measurements and static prediction of lung volume. *IEEE Conference Proceedings*, 1756- 1757.
- Newell, J. C., Isaacson, D., Cheney, M., Saulnier, G. J., Gisser, D.G., Goble, J. C., Cook, R. D y Edic, P.M. (1992). Impedance images of the chest. *IEEE Conference Proceedings*, 1752 - 1753.
- Tijonov, A. N. y Samarsky, A. A. (1980). Ecuaciones de la Física Matemática, Editorial MIR. Moscú, URSS.